

P 1 3 6 2 平行四辺形になるための条件

そんなつもりはなかった。何気なく書いたつもりが平行四辺形を書いたことになっていた。そういうことがあります。

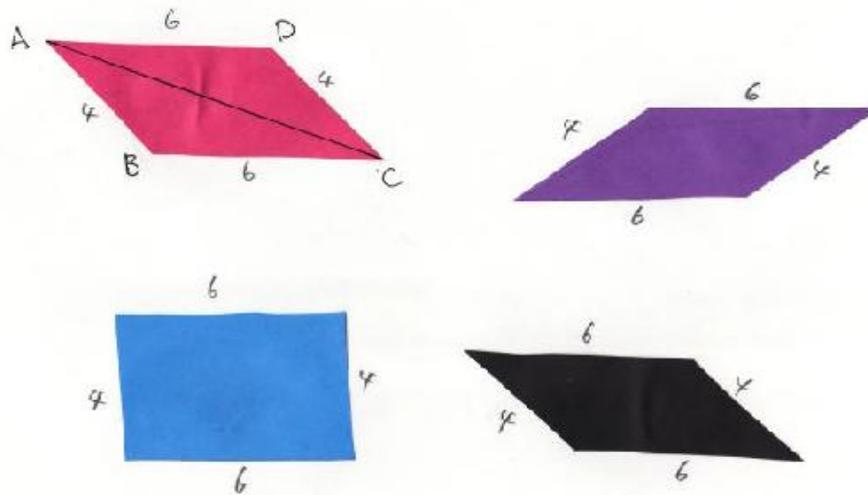
ひろげよう 「ひろげようを読んでください。」

$$AB = DC = 4 \text{ cm}$$

$$AC = BC = 6 \text{ cm} \quad \text{こんな四角形を書いてみましょう。}$$

いっしょに書きましょう。AB, BCから書きましょう
コンパスで4 cm, 6 cmの円をかきましよう。交点がDです。

さあ、こうやってできたこの四角形、どう見てもこれって？「平行四辺形」
このことを、証明しましょう。



証明 三角形がほしい。どこか1本線を引きましょう。

「ACを結ぶ」

すると $\triangle ABC$ と $\triangle CDA$ において

仮定より $AB=CD$ ・・・①

$BC=AD$ ・・・②

共通なので $AC=AC$ ・・・③

①②③より3組の辺がそれぞれ等しいので

$$\triangle ABC \equiv \triangle CDA$$

よって対応する角は等しいので

$$\angle CAB = \angle ACD$$

$$\angle ACB = \angle CAD$$

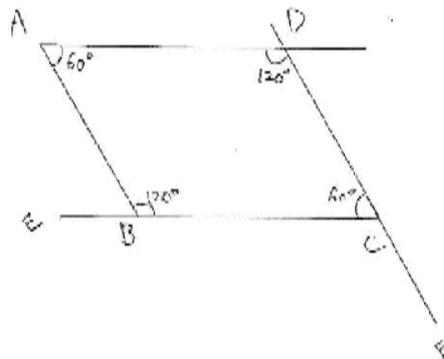
これで錯角が等しいので $AB \parallel DC$

$AD \parallel BC$ なのでこれは平行四辺形

こうやって証明したことはまとめると

2組の向かい合う辺がそれぞれ等しい四角形は、平行四辺形である。

「性質1の逆になっている。」



問1 「問1を読んでください。」

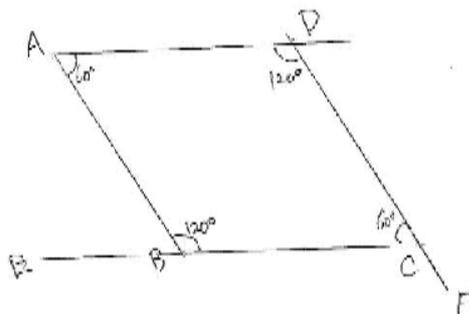
向かい合う二組の角がそれぞれ等しい四角形を一つ書きましょう。

$$\angle A = \angle C = 60^\circ$$

すると 四角形の内角の和は 360° なので

$$\begin{aligned} \angle B = \angle D &= \\ (360 - 120) \div 2 &= 120^\circ \end{aligned}$$

こんな四角形を書いてみましょう。



CBを延長してEをとり、DCを延長してFをとる。

$\angle ABC = 120^\circ$ なので $\angle ABE = 180 - 120 = 60^\circ$

よって $\angle DAB = \angle EBA = 60^\circ$ これは錯角なので $AD \parallel BC$

$\angle BCD = 60^\circ$ なので $\angle BCF = 180 - 60 = 120^\circ$

よって $\angle ABC = \angle BCF = 120^\circ$ これは錯角なので $AB \parallel DC$

これでこの四角形は平行四辺形

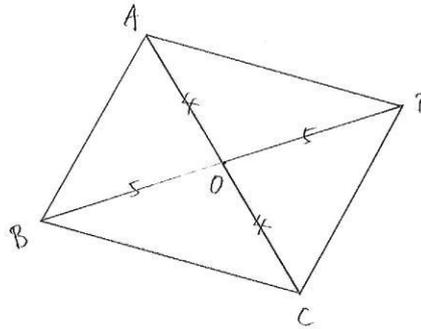
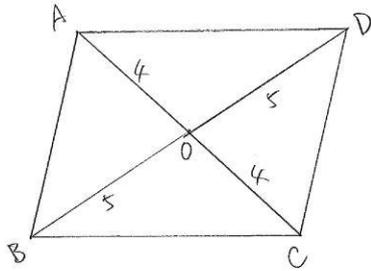
2組の向かい合う角がそれぞれ等しい四角形は、平行四辺形である。

問2 「問2を読んでください。」

$AO = CO = 4 \text{ cm}$

$BO = DO = 5 \text{ cm}$

こんな四角形を書いてみましょう。



見た感じ この四角形は平行四辺形に見えます。このことを証明しましょう。

証明 $\triangle ABO$ と $\triangle CDO$ において

仮定より

$$AO=CO \quad \dots \textcircled{1}$$

$$BO=DO \quad \dots \textcircled{2}$$

対頂角なので $\angle AOB=\angle COD \quad \dots \textcircled{3}$

①②③より二組の角とその間の角がそれぞれ等しいので

$$\triangle ABO \equiv \triangle CDO$$

$$\text{よって対応する辺は等しいので } AB=CD \quad \dots \textcircled{4}$$

同様にして

$$AD=BC \quad \dots \textcircled{5}$$

④⑤より二組の向かい合う辺が等しいのでこれは平行四辺形

対角線がそれぞれの中点で交わる四角形は平行四辺形である。