

H22. 3年第三回基礎学力テスト

1.

(1)  $2 \times (-3) = -6$

(2)  $(x+2)(x-3) = x^2 - x - 6$

(3) 
$$\begin{array}{r} \left\{ \begin{array}{l} x - 2y = -3 \\ x + y = 3 \end{array} \right. \\ \hline -3y = -6 \\ y = 2 \\ x = 1 \end{array}$$

(4) 90を素因数分解すると、

$$90 = 2 \times 3^2 \times 5$$

(5)  $\sqrt{5}$ の整数部分をa, 小数部分をbとすると、

$$\sqrt{5} = a + b$$

$$\sqrt{5} - b = 2$$

$$b = \sqrt{5} - 2$$

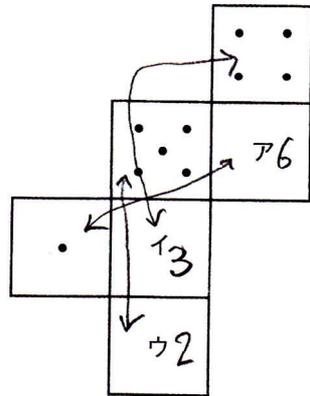
$$\begin{aligned} a^2 - b^2 &= (a+b)(a-b) = \sqrt{5}(2 - \sqrt{5} + 2) = \sqrt{5}(4 - \sqrt{5}) \\ &= 4\sqrt{5} - 5 \end{aligned}$$

(6) 「aもbも自然数ならば、abは自然数である。」

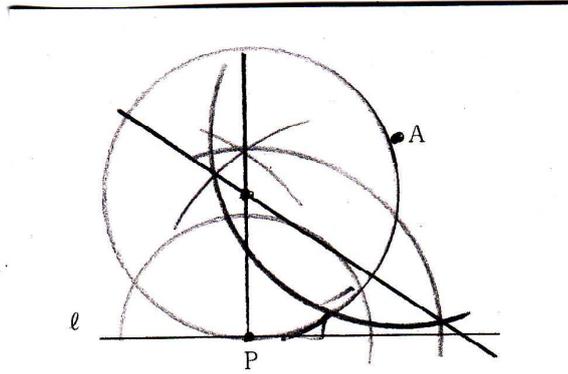
逆は 「abが自然数ならば aもbも自然数である」

例えば  $a = \frac{1}{2}$ ,  $b = 6$  のとき 反例となる となって正しくない。

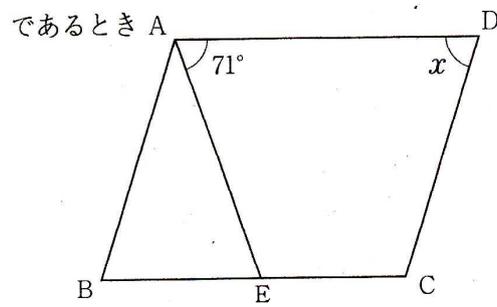
(7)



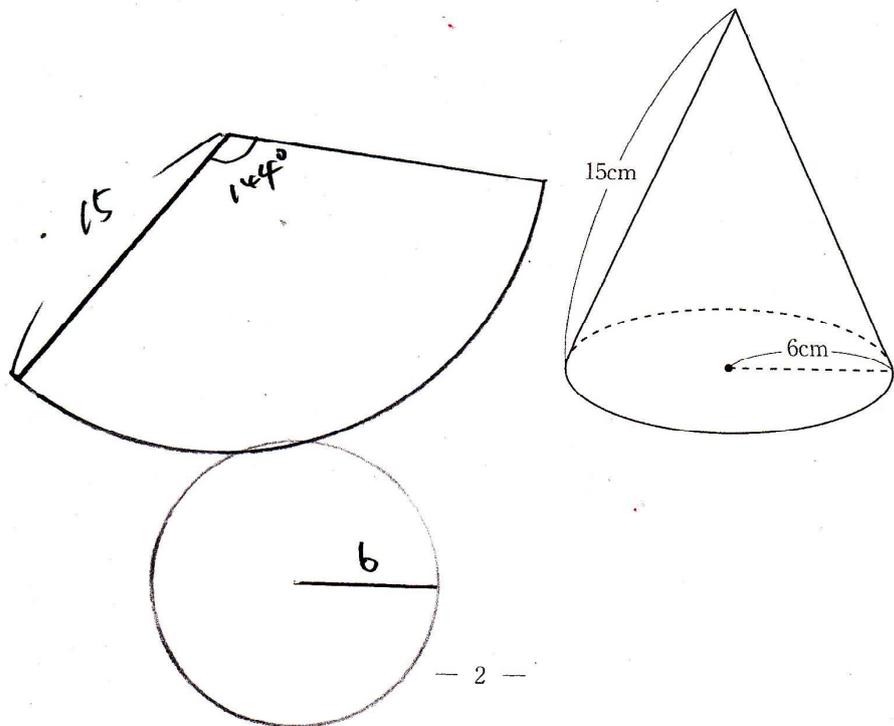
(8)



(9)



(10)



(9) 平行四辺形の向かい合う角は等しいので

$$\angle ABE = \angle x$$

二等辺三角形の底角は等しいので

$$\angle ABE = \angle AEB$$

錯角なので

$$\angle AEB = 71^\circ$$

$$\text{よって } \angle x = 71^\circ$$

(10)

$$\textcircled{1} \quad 200 = 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5$$

$$\frac{200}{n} \text{ が自然数となるのは } n = 2 \quad n = 8 \quad n = 50 \quad n = 200$$

$$\textcircled{2} \quad \text{底面積は } \pi \times 6^2 = 36\pi$$

$$\text{側面積は } \pi \times 15^2 \times \frac{6}{15} = 90\pi$$

$$36\pi + 90\pi = 126\pi$$

2 右のように、奇数列には8つ、偶数列には9つずつ自然数が規則的に並んでいる。次の(1)~(3)の問いに答えなさい。

図1

1列	1	2	3	4	5	6	7	8	
2列	9	10	11	12	13	14	15	16	17
3列	18	19	20	21	22	23	24	25	
4列	26	27	28	29	30	31	32	33	34
⋮									

(1) 6列目の右端の数を求めなさい。

(2) 135は何列目の左から何番目にあるか答えなさい。

(3) 右の図2は、図1から一部を取り出したものである。 $(a+e)(b+d)=3600$ となるとき、 $c$ の数を求めなさい。

図2

$a$	$b$
	$c$
$d$	$e$

(1) 6列目の右端は  $17 \times 3 = 51$

8列目の右端は  $17 \times 4 = 68$

(2)  $135 = 17 \times 8 - 1$ なので 16列目の左から8番目

(3)  $b = a + 1$     $c = a + 9$     $d = a + 17$     $e = a + 18$

$$(a + e)(b + d) = (2a + 18)^2 = 4a^2 + 72a + 324 = 3600$$

$$4a^2 + 72a - 3276 = 0$$

$$a^2 + 18a - 819 = 0$$

$$(a + 39)(a - 21) = 0$$

$a$ は自然数ゆえ  $a = 21$     $c = 21 + 9 = 30$

3 大小2つのサイコロを投げたとき、大きいサイコロの目を  $x$ 、小さいサイコロの目を  $y$  とする。

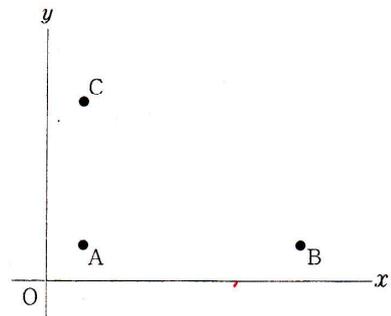
座標上に4点  $A(1, 1)$ 、 $B(7, 1)$ 、 $C(1, 5)$ 、 $P(x, y)$  があるとき、次の(1)~(4)の問いに答えなさい。

(1) 点  $P$  の取り方は何通りあるか答えなさい。

(2) 点  $P$  が直線  $y=3x$  上にある確率を求めなさい。

(3)  $\triangle ABP$  の面積が 15 となる確率を求めなさい。

(4) 点  $P$  が  $\triangle ABC$  の内部にある確率を求めなさい。ただし、三角形の周上にある点は含まないものとする。



(1) 点Pの取り方は $6 \times 6 = 36$ 通りある。

(2) 点Pが $y = 3x$ 上にあるのは

$$(1, 3) (2, 6) \quad \text{なので} \quad \frac{2}{36} = \frac{1}{18}$$

(3)  $\triangle ABP = 15$ となるのは $AB = 6$ なので $y = 5$ のとき

$$(1, 5) (2, 5) (3, 5) (4, 5) (5, 5) (6, 5) \quad \text{なので} \quad \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

(4) 直線CBの式は  $y = -\frac{2}{3}x + b$  において  $(1, 5)$  を代入すると

$$5 = -\frac{2}{3} + b \quad b = 5 + \frac{2}{3} = \frac{17}{3}$$

$$\text{よって} \quad y = -\frac{2}{3}x + \frac{17}{3}$$

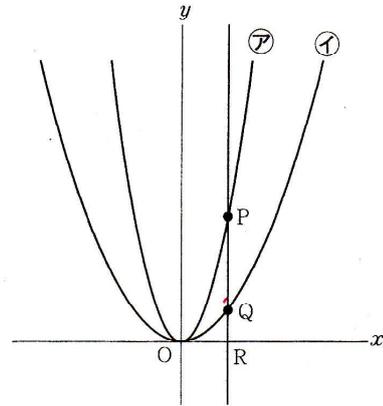
$$x = 2 \text{ のとき} \quad y = -\frac{4}{3} + \frac{17}{3} = \frac{13}{3} \quad (2, 2) (2, 3) (2, 4)$$

$$x = 3 \text{ のとき} \quad y = -2 + \frac{17}{3} = \frac{11}{3} \quad (3, 2) (3, 3)$$

$$x = 4 \text{ のとき} \quad y = -\frac{8}{3} + \frac{17}{3} = 3 \quad (4, 2)$$

$$x = 5 \text{ のとき} \quad y = -\frac{10}{3} + \frac{17}{3} = \frac{7}{3} \quad (5, 2) \quad \frac{7}{36}$$

- 4 右の図は、放物線  $y=x^2$ …㉞,  $y=ax^2$ …㉟ のグラフである。㉞のグラフ上において  $x$  座標が正である点  $P$  をとり、点  $P$  を通って  $y$  軸に平行な直線と㉟のグラフとの交点を  $Q$ ,  $x$  軸との交点を  $R$  とする。  
次の(1)~(3)の問いに答えなさい。



- (1) 点  $P$  の  $x$  座標が 4 のとき、次の①, ②に答えなさい。

① 点  $P$  の  $y$  座標を求めなさい。

②  $PQ:QR=3:1$  となるときの  $a$  の値を求めなさい。

- (2) 点  $P$  の  $x$  座標を  $t$  とするとき、 $PQ$  の長さを  $a$  と  $t$  を使って表しなさい。

- (3) 四角形  $PS T Q$  が正方形になるように㉞, ㉟のグラフ上にそれぞれ点  $S$ ,  $T$  をとる。

$a=\frac{1}{3}$  のとき、 $P$  の  $x$  座標の値を求めなさい。

$$(1) P(4, 16)$$

$$\textcircled{1} y = 16$$

$$\textcircled{2} PQ : QR = 3 : 1 \text{ なので } QR = 16 \times \frac{1}{4} = 4$$

$$Q(4, 4) \text{ なので } 4 = 16a \quad a = \frac{1}{4}$$

$$(2) P(t, t^2) \quad Q(t, at^2)$$

$$PQ = t^2 - at^2$$

$$(3) PS = 2t$$

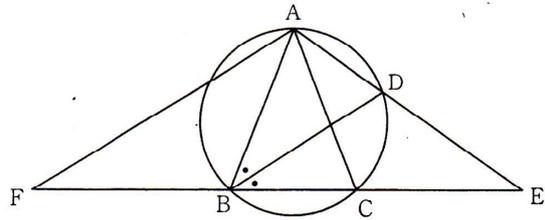
$$PQ = t^2 - \frac{1}{3}t^2 = \frac{2}{3}t^2$$

$$\frac{2}{3}t^2 = 2t$$

$$2t^2 = 6t$$

$$t^2 - 3t = 0 \quad t = 3$$

5 右の図のように  $AB=AC$  の二等辺三角形  $ABC$  がある。  $\angle B$  の二等分線と 3 点  $A, B, C$  を通る円との交点を  $D$ ,  $BC$  の延長と  $AD$  の延長の交点を  $E$  とする。また、  $A$  から  $BD$  に平行な直線を引き、  $BC$  の延長との交点を  $F$  とする。



$AE=12\text{cm}$ ,  $BE=10\text{cm}$  であるとき、次の (1)~(4) の問いに答えなさい。

(1)  $\triangle EAC \sim \triangle EBD$  を証明しなさい。

(2)  $\angle BAC = a$  とするとき、  $\angle AEB$  の大きさを  $a$  を使って表しなさい。

(3)  $DE : AB$  を求めなさい。

(4)  $AB$  の長さを求めなさい。

(1)  $\triangle EAC$ と $\triangle EBD$ において

$$\angle E = \angle E \quad (\text{共通}) \dots\dots ①$$

一つの弧に対する円周角は等しいので

$$\angle CAE = \angle DBE \dots\dots ②$$

①②より2組の角がそれぞれ等しいので

$$\triangle EAC \sim \triangle EBD$$

(2)  $\angle BAC = a$  とすると、

二等辺三角形の底角は等しいので

$$\angle ACB = \angle ABC$$

一つの外角はその隣にない二つの内角の和に等しいので

$$\angle AEB + \angle EAC = \angle ACB = \angle ABC \quad \dots\dots \text{ア}$$

$$\angle EAC = \angle DBC \quad \dots\dots \text{イ}$$

ア-イ より

$$\angle AEB = \angle ABD$$

さて、二等辺三角形 $ABC$ の内角の和から  $\angle ABD = \frac{180 - a}{4} = 45 - \frac{a}{4}$

(3) 二等辺三角形 $EAC$ の二等辺三角形 $EBD$

$$\text{相似比 } EA : BE = 12 : 10 = 6 : 5$$

$$AB = AC \text{ より } DE : AB = DE : CE = 5 : 6$$

(4)  $AB = x$  とすると

$$FB = AB = x$$

$$DE = DB = \frac{5}{6}x \quad x : 10 = 12 - \frac{5}{6}x : \frac{5}{6}x$$

$$= 72 - 5x : 5x$$

$$5x^2 = 720 - 50x$$

$$5x^2 + 50x - 720 = 0$$

$$x^2 + 10x - 144 = 0$$

$$x = \frac{-10 \pm \sqrt{100 + 576}}{2} = \frac{-10 \pm \sqrt{676}}{2} = \frac{-10 + 26}{2} = \frac{16}{2} = 8 \quad 8 \text{ cm}$$