

P 3 1 2節 式の計算の利用

$$45^2 = 2025 \quad 55^2 = 3025 \quad 65^2 = 4225$$

一の位が5である2桁の自然数の二乗は？
 「どんなことが言えそうですか？」

- ・ 下二桁は25
- ・ 百以上の位は (十の位) × (十の位+1)

この自然数は $10a + 5$ と表すと

$$\begin{aligned} (10a + 5)^2 &= 100a^2 + 100a + 25 \\ &= 100a(a + 1) + 25 \end{aligned}$$

$\begin{array}{r} 36 \\ \times 34 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 48 \\ \times 42 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 53 \\ \times 57 \\ \hline \end{array}$
--	--	--



$\begin{array}{r} 36 \\ \times 34 \\ \hline 1224 \\ \uparrow \quad \uparrow \\ 3 \times 4 \quad 6 \times 4 \end{array}$

$\begin{array}{r} 53 \\ \times 57 \\ \hline 3021 \\ \uparrow \quad \uparrow \\ 5 \times 6 \quad 3 \times 7 \\ \vdots \quad \vdots \\ a(a+1) \quad bc \end{array}$

十の位が同じで、一の位の和が10である2数の積は

- ・ 下二桁は一の位の積
- ・ 百以上の位は (十の位の数) × (十の位の数+1)

一方の数を $10a + b$ もう一方を $10a + c$ と表すと

$b + c = 10$ である。

$$\begin{aligned}(10a + b)(10a + c) &= 100a^2 + 10ac + 10ab + bc \\ &= 100a^2 + 10a(b + c) + bc \\ &= 100a^2 + 100a + bc \\ &= 100a(a + 1) + bc \\ &\quad \uparrow \\ &\quad (十の位の数) \times (十の位の数 + 1)\end{aligned}$$

これまでの学習を利用すると数の計算が簡単にできる場合があります。

例1 「例1を読んでもください。」

$$\begin{aligned}17^2 - 13^2 &= (17 + 13)(17 - 13) \\ &= 30 \times 4 = 120\end{aligned}$$

$17 \times 17 - 13 \times 13$ と計算すると大変です。随分楽にできています。

問1 「やってみましょう」

$$(1) 45^2 - 35^2 = (45 + 35)(45 - 35) = 80 \times 10 = 800$$

$$(2) 76^2 - 24^2 = (76 + 24)(76 - 24) = 100 \times 22 = 2200$$

$$(3) 198^2 - 98^2 = (198 + 98)(198 - 98) = 296 \times 100 = 29600$$

例2

(1) 19^2

近所の方がユスラウメをたくさんくれたので

1つ食べてみると凄くおいしくて夢中で食べていると

19コ食べたところでお家の人に「もうやめ」といわれました。

「すると何と言いたくなりますか?」「あと一つだけ」

そうなんです。 $19 = 20 - 1$ と考えますよね。

$$= (20 - 1)^2 = 20^2 - 2 \times 20 \times 1 + 1^2 = 400 - 40 + 1 = 361$$

(2) 77×83

77と83をよく似た式で表しましょう。

$$= (80 - 3)(80 + 3) \quad \text{「うまくいきました」}$$

$$= 80^2 - 3^2 = 6400 - 9 = 6391$$

問2 「やってみましょう」

$$(1) 102^2 = (100 + 2)^2 = 100^2 + 2 \times 100 \times 2 + 2^2$$

$$= 10000 + 400 + 4 = 10404$$

$$(2) 41 \times 39 = (40 + 1)(40 - 1) = 40^2 - 1^2 = 1600 - 1 = 1599$$

$$(3) 99^2 = (100 - 1)^2 = 100^2 - 2 \times 100 \times 1 + 1^2$$

$$= 10000 - 200 + 1 = 9801$$