

P 7 0 2 二次方程式の解の公式

$$3x^2 + 5x + 1 = 0$$

これまでの問題とちがうところはどこですか？

「3があるところ」「1にしましょう」「両辺を3でわりましょう」

すると

$$x^2 + \frac{5}{3}x + \frac{1}{3} = 0$$

数の項を移項

$$\textcircled{1} \quad x^2 + \frac{5}{3}x = -\frac{1}{3}$$

を両辺に足す

② (半分)<sup>2</sup>

$$x^2 + \frac{5}{3}x + \left(\frac{5}{6}\right)^2 = -\frac{1}{3} + \left(\frac{5}{6}\right)^2$$

③ 因数分解する

$$\left(x + \frac{5}{6}\right)^2 = \frac{-12 + 25}{36} = \frac{13}{36}$$

$$x + \frac{5}{6} = \pm \sqrt{\frac{13}{36}} = \pm \frac{\sqrt{13}}{6}$$

$$x = -\frac{5}{6} \pm \frac{\sqrt{13}}{6}$$

1つを解くのにこれだけかかります。これではたいへんです。  
そこで公式として解の式を覚えましょう。(これでいいのでは?)

二次方程式  $ax^2 + bx + c = 0$  の解は

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

P 7 1 例 1

$$3x^2 - 5x - 1 = 0$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \times 3 \times (-1)}}{2 \times 3} = \frac{5 \pm \sqrt{37}}{6}$$

問 1 「やってみましょう」

(1)  $x^2 - 7x - 4 = 0$

$$x = \frac{7 \pm \sqrt{(-7)^2 - 4 \times 1 \times (-4)}}{2 \times 1} = \frac{7 \pm \sqrt{65}}{2}$$

(2)  $5x^2 + 9x + 1 = 0$

$$x = \frac{-9 \pm \sqrt{9^2 - 4 \times 5 \times 1}}{2 \times 5} = \frac{-9 \pm \sqrt{61}}{10}$$

(3)  $2x^2 - 3x - 1 = 0$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \times 2 \times (-1)}}{2 \times 2} = \frac{3 \pm \sqrt{17}}{4}$$

(4)  $x^2 - x - 1 = 0$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \times 1 \times (-1)}}{2 \times 1} = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

例 2 「問題は変わっても」「やり方は同じ」

$$5x^2 + 7x + 2 = 0$$

$$x = \frac{-7 \pm \sqrt{7^2 - 4 \times 5 \times 2}}{2 \times 5} = \frac{-7 \pm \sqrt{9}}{10} = \frac{-7 \pm 3}{10} = -1, -\frac{2}{5}$$

約分

問2

$$(1) 3x^2 + 7x + 2 = 0$$

$$x = \frac{-7 \pm \sqrt{7^2 - 4 \times 3 \times 2}}{2 \times 3} = \frac{-7 \pm \sqrt{25}}{6} = \frac{-7 \pm 5}{6} = -2, -\frac{1}{3}$$

$$(2) 2x^2 + 5x - 3 = 0$$

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \times 2 \times (-3)}}{2 \times 2} = \frac{-5 \pm \sqrt{49}}{4} = \frac{-5 \pm 7}{4} = -3, \frac{1}{2}$$

P 7 2

例3 「例3の問題の式を読んでください。」

$$2x^2 - 6x + 3 = 0$$

$$x = \frac{6 \pm \sqrt{(-6)^2 - 4 \times 2 \times 3}}{2 \times 2}$$

$$= \frac{6 \pm \sqrt{12}}{4} = \frac{6 \pm 2\sqrt{3}}{4} \quad \text{3つそろって約分}$$

$$= \frac{3 \pm \sqrt{3}}{2}$$

問3 「やってみましょう」

$$\begin{aligned}
 (1) \quad x^2 + 4x - 3 = 0 \quad x &= \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \times 1 \times (-3)}}{2 \times 1} \\
 &= \frac{-4 \pm \sqrt{28}}{2} = \frac{-4 \pm 2\sqrt{7}}{2} \quad \text{3つそろって約分} \\
 &= -2 \pm \sqrt{7}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (2) \quad 5x^2 + 8x - 1 = 0 \quad x &= \frac{-8 \pm \sqrt{8^2 - 4 \times 5 \times (-1)}}{2 \times 5} \\
 &= \frac{-8 \pm \sqrt{84}}{10} = \frac{-8 \pm 2\sqrt{21}}{10} \quad \text{3つそろって約分} \\
 &= \frac{-4 \pm \sqrt{21}}{5}
 \end{aligned}$$

例題1 「例題1の問題の式を読んでください。」

$$x^2 + x + 1 = 2(x + 3)$$

これまでとどこがちがいますか？

「=0となっていない」「=にしましょう」

括弧を？ 「はずす」

$$x^2 + x + 1 = 2x + 6$$

$$x^2 + x + 1 - 2x - 6 = 0$$

$$x^2 - x - 5 = 0$$

これで解の公式を使いましょう。

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \times 1 \times (-5)}}{2 \times 1} = \frac{1 \pm \sqrt{21}}{2}$$

問4 「やってみましょう」

(1)  $x^2 - 6 = 4x$

「=0にしましょう」

$$x^2 - 4x - 6 = 0$$

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{(-4)^2 - 4 \times 1 \times (-6)}}{2 \times 1} = \frac{4 \pm \sqrt{40}}{2} = \frac{4 \pm 2\sqrt{10}}{2} \quad \text{3つそろって約分}$$
$$= 2 \pm \sqrt{10}$$

(2)  $x^2 + 5x = 2(x + 2)$

$$x^2 + 5x = 2x + 4$$

$$x^2 + 3x - 4 = 0 \quad x = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \times 1 \times (-4)}}{2 \times 1}$$
$$= \frac{-3 \pm \sqrt{25}}{2} = \frac{-3 \pm 5}{2} = -4, 1$$

練習問題（宿題として 10分程度）

1.

(1)  $x^2 - 9x + 6 = 0 \quad x = \frac{9 \pm \sqrt{(-9)^2 - 4 \times 1 \times 6}}{2 \times 1} = \frac{9 \pm \sqrt{57}}{2}$

(2)  $2x^2 + 5x - 7 = 0 \quad x = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \times 2 \times (-7)}}{2 \times 2} = \frac{-5 \pm \sqrt{81}}{4}$

$$= \frac{-5 \pm 9}{4} = 1, -\frac{7}{2}$$

$$\begin{aligned}
 (3) \quad x^2 - 6x + 7 = 0 \quad x &= \frac{6 \pm \sqrt{(-6)^2 - 4 \times 1 \times 7}}{2 \times 1} = \frac{6 \pm \sqrt{8}}{2} \\
 &= \frac{6 \pm 2\sqrt{2}}{2} \quad \text{3つそろって約分} \\
 &= 3 \pm \sqrt{2}
 \end{aligned}$$

$$(4) \quad x(x-4) = 5x - 19$$

$$x^2 - 4x - 5x + 19 = 0$$

$$\begin{aligned}
 x^2 - 9x + 19 = 0 \quad x &= \frac{9 \pm \sqrt{(-9)^2 - 4 \times 1 \times 19}}{2 \times 1} \\
 &= \frac{9 \pm \sqrt{5}}{2}
 \end{aligned}$$