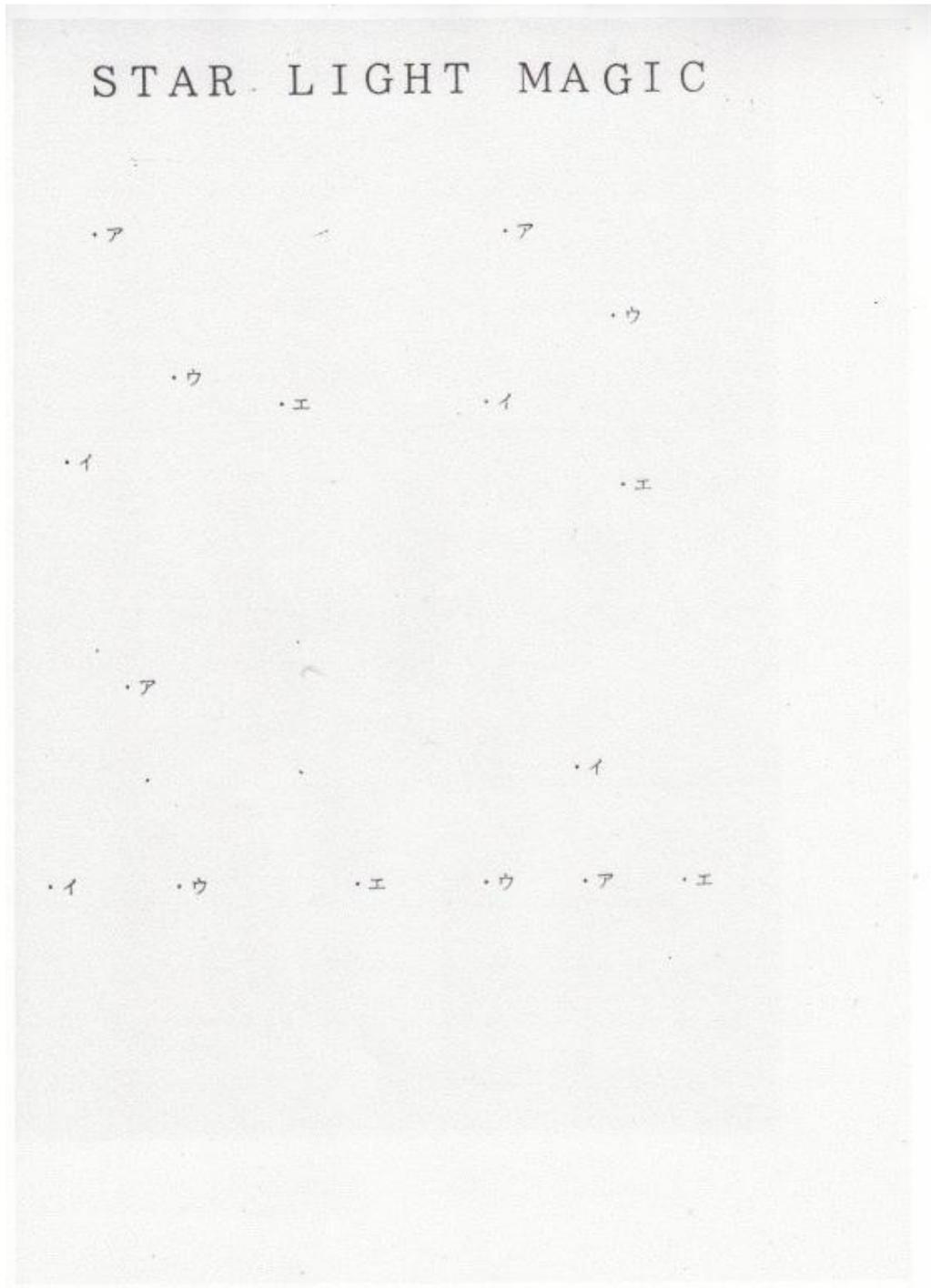


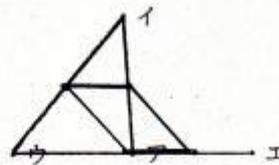
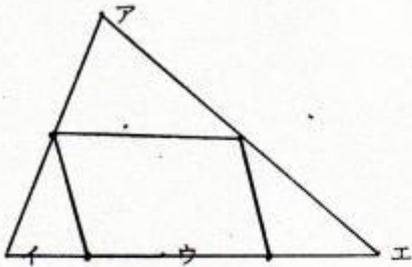
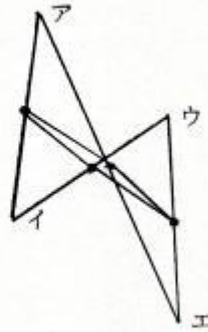
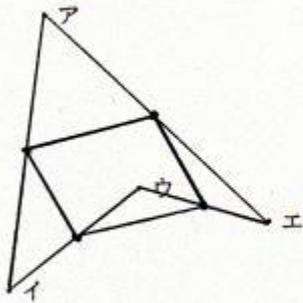
P136 2 中点連結定理

夜空の星を眺めたことは誰にもあります。さて、この夜空の星について不思議なことがあります。「star light magic」と呼んでいます。

夜空の星をどれでもいいので順にアイウエとします。それでアからイまで結んでその中点を印をつけます。次はイからウまで結んでその中点を印をつけます。次はウからエまで結んでその中点を印をつけます。最後にエからアまで結んでその中点を印をつけます。この印を4つできた順につなぐとどうなりますか？「やってみましょう」



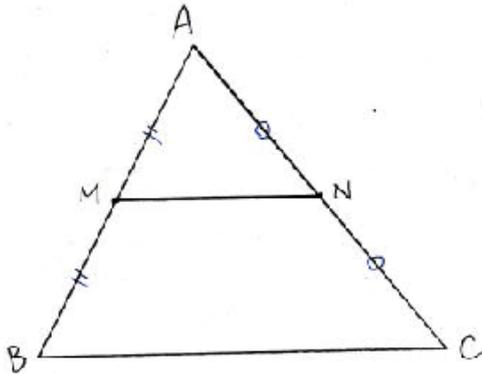
STAR LIGHT MAGIC



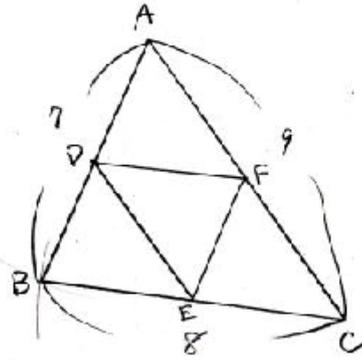
「平行四辺形ができています」「どんな4点を選んでも中点と中点をつないでいくと平行四辺形ができます」「不思議です」

「まず、三角形で考えましょう。」 「ひろげようを読んでください。」

「てきとうに三角形を描いて2辺AB, ACの中点をそれぞれM, Nとすると線分MNと線分BCの間にはどんな関係があるでしょう？」



問1.



$\triangle ABC$ と $\triangle AMN$ において

$$AB : AM = AC : AN = 2 : 1$$

$$\angle A = \angle A$$

したがって $\triangle ABC \sim \triangle AMN$

相似比 2 : 1

よって $MN \parallel BC$

$$MN = \frac{1}{2} BC$$

- ◎ 三角形で中点と中点を結ぶと **長さが半分で平行である。**
これを**中点連結定理**といいます。

問1 「問1を読んでください。」

$$DE = \frac{1}{2} AC = \frac{9}{2} = 4.5$$

$$DF = \frac{1}{2} BC = \frac{8}{2} = 4$$

$$EF = \frac{1}{2} AB = \frac{7}{2} = 3.5$$

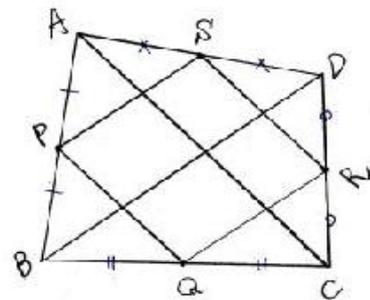
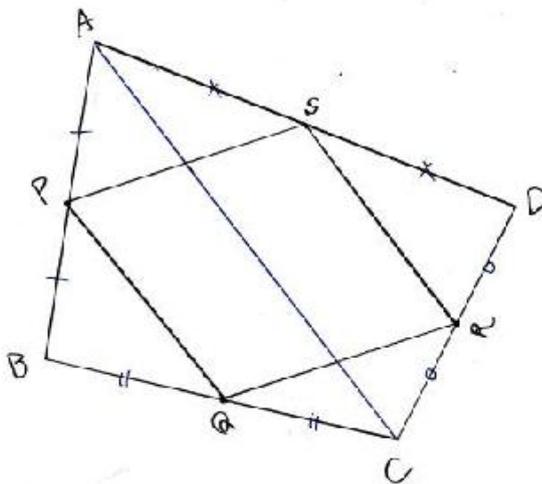
$$4.5 + 4 + 3.5 = 12 \quad 12 \text{ cm}$$

ひろげよう 「ひろげようを読んでください。」

「さて、てきとうに四角形を描いて中点を順に結びましょう。」

この四角形PQRSが平行四辺形になるというのがスターライトマジックです。

問2 $AC = BD = 9 \text{ cm}$



証明しましょう。「証明はいつも三角形が必要です。このままでは三角形がありません」

「どこかに一本線をいれましょう。どこに入れましょうか?」「AC」

「BDでもいいですが、ではACを結びましょう」

△ABCに注目すると 中点連結定理より

$$PQ \parallel AC \quad PQ = \frac{1}{2} AC$$

△DACに注目すると 中点連結定理より

$$SR \parallel AC \quad SR = \frac{1}{2} AC$$

したがって

$$PQ \parallel SR \quad PQ = SR$$

これで向かい合う一組の辺が等しくて平行なので四角形PQRSは平行四辺形である。

問2 AC=BD=9cmとして四角形ABCDを描きましょう。

中点をとってP, Q, R, Sとします。

「見た感じ四角形PQRSはどんな四角形ですか？」 「ひし形」

このことを証明しましょう。

$$\triangle ABC \text{に注目すると} \quad PQ = \frac{1}{2} AC$$

$$\text{同様に} \quad SR = \frac{1}{2} AC$$

$$PS = \frac{1}{2} BD$$

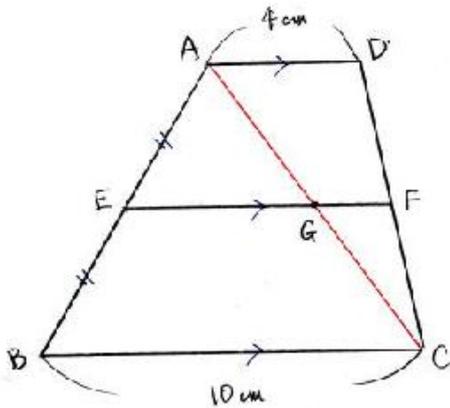
$$QR = \frac{1}{2} BD$$

$$\text{ここで} \quad AC = BD \text{より} \quad PQ = SR = PS = QR$$

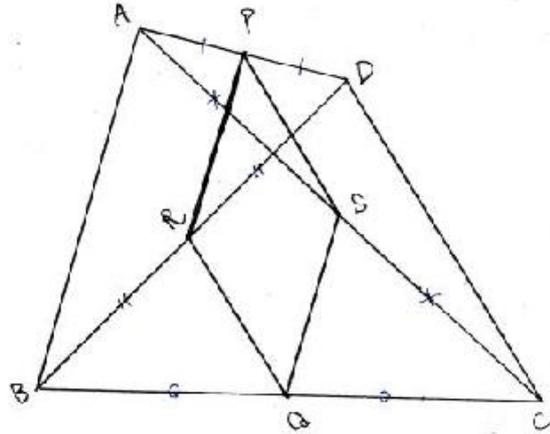
したがって4つの辺が等しいのでこれはひし形である。

練習問題 (宿題として10分程度)

①



②



1. ACを結び交点をGとする。

平行線と線分の比の関係より

$$DF : FC = AG : GC = AE : EB = 1 : 1$$

したがって点G, 点E, 点Fは中点である。

中点連結定理より

$$EG = \frac{1}{2} BC = 5$$

$$GF = \frac{1}{2} AD = 2 \quad 5 + 2 = 7 \text{ cm}$$

2. 中点連結定理より

$$PS = \frac{1}{2} CD$$

$$RQ = \frac{1}{2} CD$$

$$QS = \frac{1}{2} AB$$

$$PR = \frac{1}{2} AB$$

ところが 仮定より $AB = CD$

よって $PS = RQ = QS = PR$

したがって四角形 $PQRS$ はひし形である。