

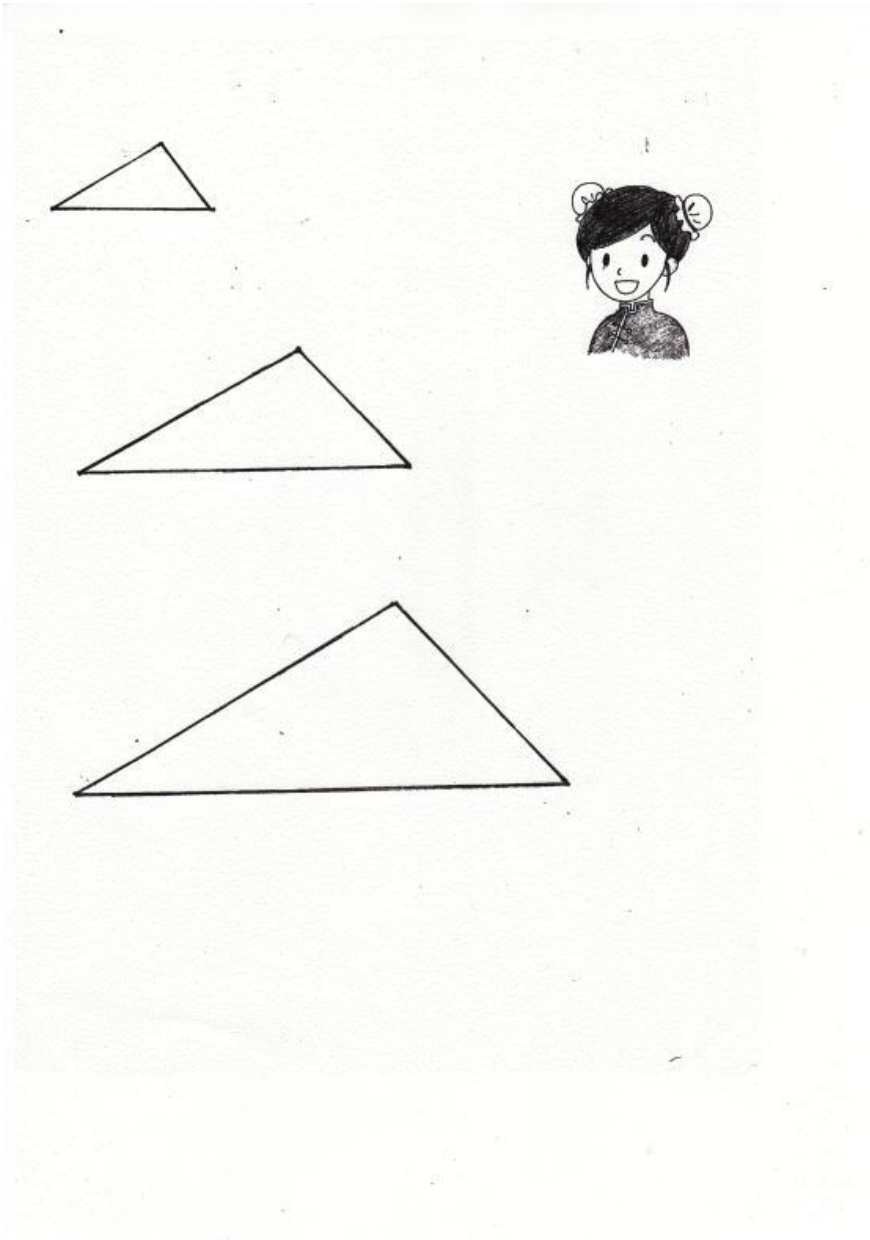
P 1 3 8 3節 相似な図形の計量

(P 1 3 8はやらなくてよい)

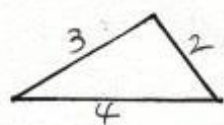
P 1 3 9 1 相似な図形の面積

中国では大晦日に家族で餃子をたくさん食べるのが習わしです。ある中国の餃子店では、餃子のたれに付け足すゴマラー油を入れるビニールのパックに工夫を加えました。従来の長方形の形をやめて先のとがった三角形にしたこと、そしてもう一つはゴマラー油も限りある資源の1つ、これまでの1つのサイズに加えてちょっと小さめ、ちょっと大きめの3つのサイズから選べれるようにしました。

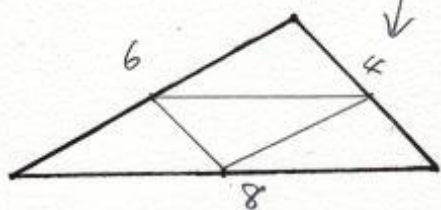
これまでののが標準サイズ、ちょっと小さめサイズ、ちょっと大きめサイズの3種類のゴマラー油をくらべてまずは、相似比を確認しましょう。



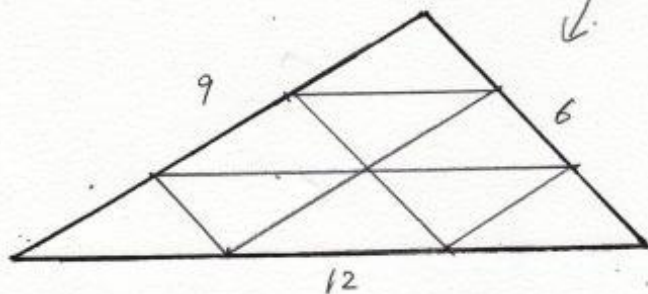
では、面積はどうでしょうか？こんな線を書き込んでみましょう。
(標準は各辺中点をとる、ちょっと大きめは三等分する点を入れる)



相似比
1:2
面積比
1:4



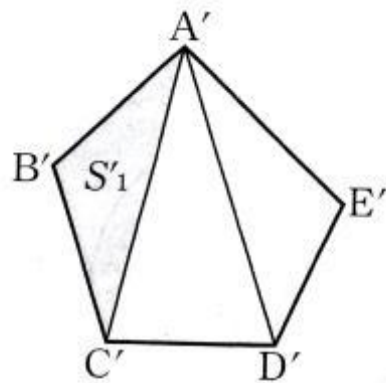
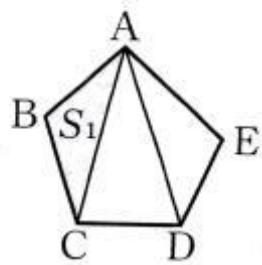
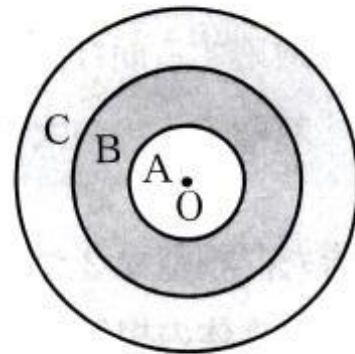
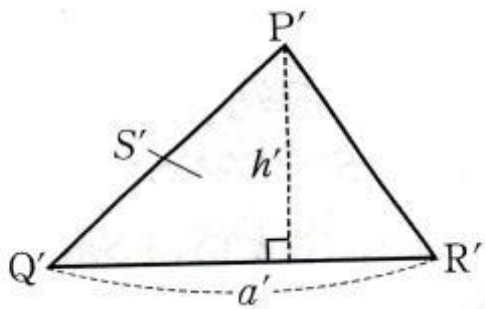
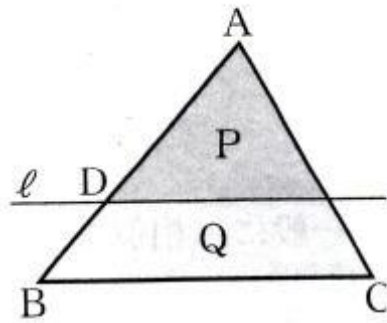
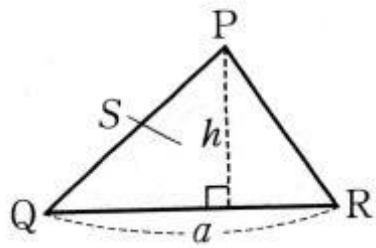
相似比 1:3
面積比 1:9



面積比は $1 : 4$ $1 : 9$

ということでどんなことが言えそうですか？「面積比は相似比の二乗」

実はそういうことがどんな図形でも言えるんです。



相似比が $1 : k$ である相似な三角形 $\triangle PQR$ と $\triangle P'Q'R'$ の面積比を考えましょう。

$$a' = k a \quad h' = k h$$

$$S = \frac{1}{2} a h \quad S' = \frac{1}{2} a' h' = \frac{1}{2} k a \times k h = k^2 \times \frac{1}{2} a h = k^2 \times S$$

$$\text{なので } S : S' = 1 : k^2$$

ひろげよう 「ひろげようを読んでください。」

五角形 $ABCDE$ の五角形 $A'B'C'D'E'$

相似比 $1 : k$

$$S_1' = k^2 S_1 \quad S_2' = k^2 S_2 \quad S_3' = k^2 S_3$$

$$\begin{aligned} S' &= S_1' + S_2' + S_3' = k^2 S_1 + k^2 S_2 + k^2 S_3 \\ &= k^2 (S_1 + S_2 + S_3) = k^2 S \end{aligned}$$

$$\text{なので } S : S' = 1 : k^2$$

問1 「問1を読んでください。」

円 O の円 O'

相似比 $1 : k$

$$S = \pi \times 1 \times 1 = \pi \quad S' = \pi \times k \times k = \pi k^2$$

$$\text{したがって } S : S' = 1 : k^2$$

- ◎ 相似な2つの図形で
相似比が $m : n$ ならば 面積比は $m^2 : n^2$ である。

例題1 「例題1を読んでください。」

$F \sim G$
相似比 $5 : 3$ なので面積比は $25 : 9$

Fの面積 600 Gの面積 x とする。

$$25 : 9 = 600 : x$$

$$25x = 5400 \quad x = 216$$

問2 「問2を読んでください。」

Gの面積 180 Fの面積 x とする。

$$25 : 9 = x : 180$$

$$9x = 25 \times 180$$

$$x = 500$$

練習問題 (いっしょにやった方がいいのでは?)

1 Pと相似なのは? $P+Q$ 「Qではありません」

$P \sim P+Q$
相似比 $2 : 3$
面積比 $4 : 9$

$$P+Q = 72$$

$$P : 72 = 4 : 9$$

$$9P = 288$$

$$P = 32 \quad Q = 72 - 32 = 40$$

2.

$$A \propto A+B \propto A+B+C$$

$$\text{相似比 } 10 : 20 : 30 = 1 : 2 : 3$$

$$\text{面積比 } 1 : 4 : 9$$

$$A = 1 \quad B = 4 - 1 = 3 \quad C = 9 - 4 = 5$$

$$B \text{ は } 3 \text{ 倍} \quad C \text{ は } 5 \text{ 倍}$$