

P 1 6 1 円周角の定理の逆

ひろげよう 「ひろげようを読んでください。」

円周上の点Pのとき $\angle APB$ はいつも $\angle ACB$ に? 「等しい」

このことはすでに学習した円周角の定理です。

では、点Qが円の内部の点の時 $\angle AQB$ の大きさは $\angle ACB$ より?

見た感じ 「大きい」

では、点Rが円の外部の点の時 $\angle ARB$ の大きさは $\angle ACB$ より?

見た感じ 「小さい」

中学校では見た感じではダメなんです。ちゃんと証明ができます。

点Qが円の内部にあるときの図をあらためて描きましょう。

(コンパスをつかって師範しながらいっしょに描く)

「それで線分BQを延長して円周との交点をC' としましょう」

すると $\angle AC'B$ と $\angle ACB$ は? 「等しい」

なので $\angle AC'B$ と $\angle AQB$ を比べることにしましょう。

さあ、注目する三角形は? 「 $\triangle AC'Q$ 」 「そうです。」

$\triangle AC'Q$ において1つの外角はそのとなりに内2つの内角の和に等しいので

$$\angle AQB = ? \quad \angle AC'Q + \angle C'AQ$$

なので $\angle AC'Q$ だけでは $\angle AQB$ にかなわない。

つまり $\angle AC'Q < \angle AQB$

これで円の内部にある点Qに対してできる角 $\angle AQB$ は円周角より大きいと
いうことです。

次は点Rが円の外部にあるときの図をあらためて描きましょう。

(コンパスをつかって師範しながらいっしょに描く)

円の外部にある点Rに対してできる角 $\angle ARB$ は円周角より小さいことを証明しまし
ょう。

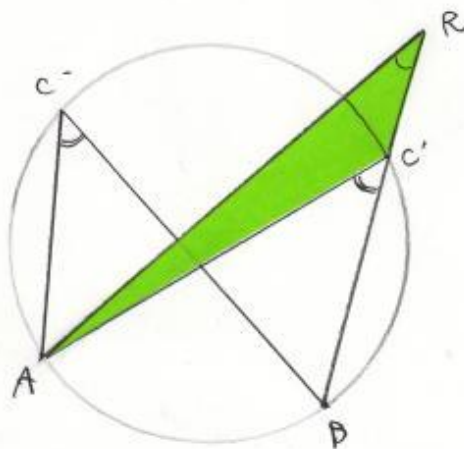
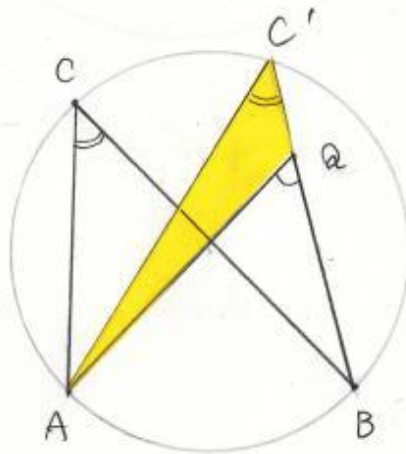
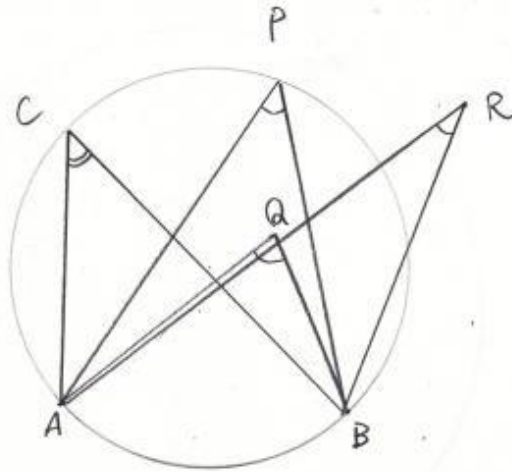
「それで線分BQと円周との交点をC' としましょう」

さあ、注目する三角形は? 「 $\triangle AC'R$ 」 「そうです。」

$\triangle AC'R$ において1つの外角はそのとなりに内2つの内角の和に等しいので

$$\angle AC'B = ? \quad \angle ARC' + \angle C'AR$$

なので $\angle ARC'$ だけでは $\angle AC'B$ にはかなわない。
 つまり $\angle ARC' < \angle AC'B$



教科書P161の一番下にまとめてくれています。「読んでください。」

- ・円周上にあるとき 等しい
- ・内部にあるとき 大きい
- ・外部にあるとき 小さい

P 1 6 2 円周角の定理の逆

さて、ここでこんな事を考えてみてください。

「たとえば、みんなが小さい頃、運動場で相撲を取っているとしましょう」
運動場に円を描いて相撲を取るんです。でも何回もやっていると線が消えていきます。
〇〇君と□□君が相撲を取って、〇〇君が「いえい！」というかけ声といっしょに
□□君をたたき落としたとき、たたき落とされた□□君が起き上がってきて、
「〇〇君、今、君の足は円よりでとったんちゃうか？」
と言ったんです。見ればたしかに〇〇君の足の跡がくっきりと残っていますが円周は
ほとんど消えかかっています。

(コンパスで円を描いて右上あたりを消す、師範して見せながら、消えたところに足跡
をてきとうに書き加える)

点Pが円周上にあるのか？それとも外なのか内なのか？
どうやって判断しますか？

「円の残っているところに3点A, B, Cをとり」
 $\angle ACB$ と $\angle APB$ を比べるんです。

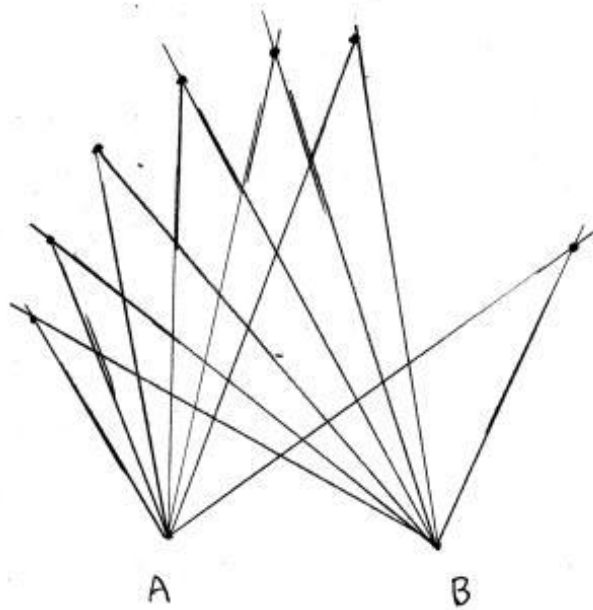
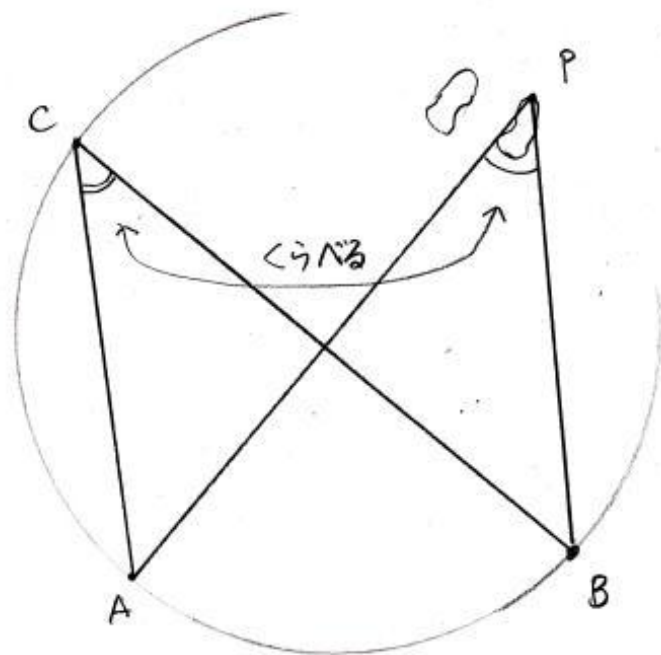
もし $\angle APB$ が $\angle ACB$ に対して

- ・等しい ならば 円周上
- ・大きい ならば 円の内
- ・小さい ならば 円の外 と判断できます。

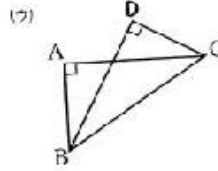
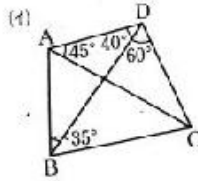
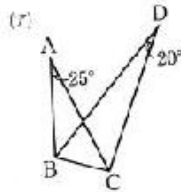
特に $\angle APB = \angle ACB$ ならば 点Pはこの円周上にある。

これを**円周角の定理の逆**と言います。

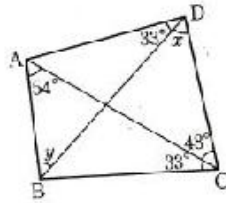
もっというとしてきとうに2点A, Bをとってそこから1つの角の大きさのできる
 $\angle APB$ なる点Pをとっていくとこれは点A, B, P・・・は1つの円となる。



問 1.



問 2.



(1) $\angle BDC = 20^\circ$ と小さいので円の外になる。

(2) $\angle BAC = 180 - 40 - 45 - 35 = 60^\circ$

なので $\angle BAC = \angle BDC$ なので円周上にある。

(3) $\angle BAC = \angle BDC = 90^\circ$ なので同じ円周上にあり
中心角は 180° なので BC の中点が円の中心となる。

問 2 $\angle ADB = \angle ACB$ なので 4 点 $ABCD$ は同じ円周上にある。
なので描いてないが 4 点 A, B, C, D をつなぐ目には見えない円がある

$$\angle x = \angle BAC = 54^\circ$$

$$\angle y = \angle ACD = 48^\circ$$