

P 1 5 4 6章 円の性質

1節 円周角と中心角

イタリア、ローマにある円形の建物で有名なものって何ですか？「コロッセオ」

ここで何が行われていたか知っていますか？「闘牛」です。

人と牛が戦うのですが、今でも観光に闘牛が行われています。

そして、その雰囲気を盛り上げるためにライトアップがされています。

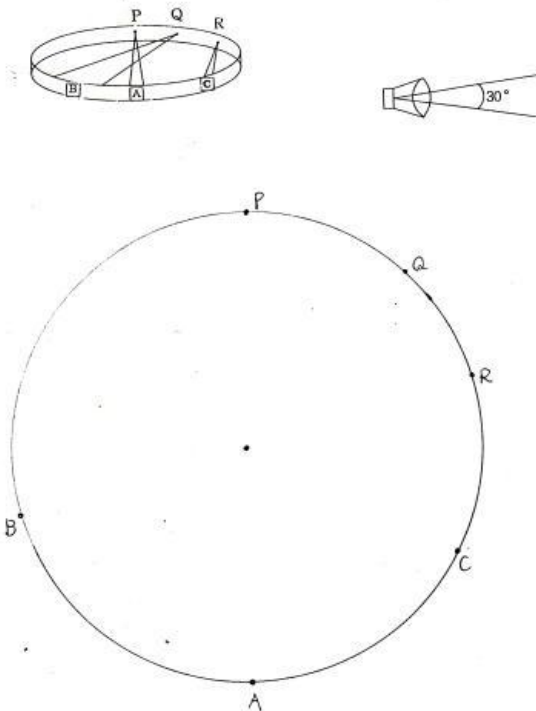
Aから入場するのが牛です。Bからは人が入場し、Cからはレフリーが入場するのですが、それぞれに対して点P, Q, Rからライトで光を当ててるのです。

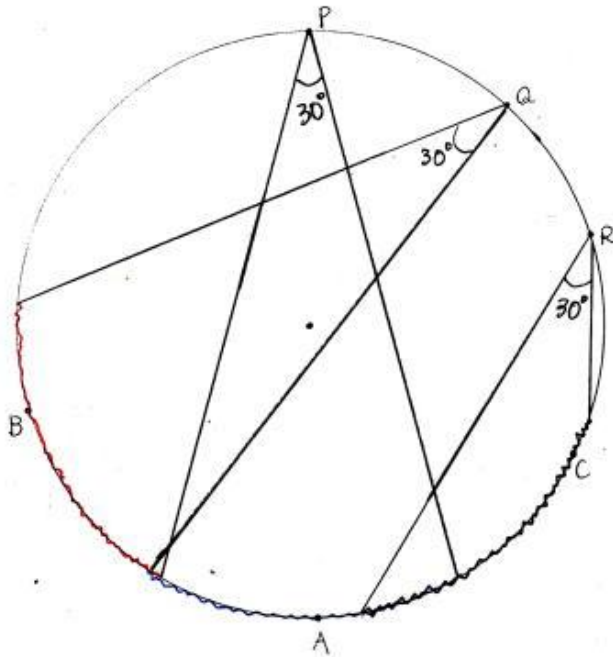
ライトは図のように 30° に光が広がります。

さて、一番広く広がるのはどのライトだと思いますか？

「Pが一番広い」「Rが一番狭い」(.....?)

「実際に図を描いて調べましょう。三角定規の1つの先が 30° です。」





それぞれの照らされた部分をコンパスで比べてみると？

「等しい」「そうなんです。全く同じなんです」

Rからは距離が短いので狭いのかと思うのですが、そうではないのです。

こういうふうには円の弧と円周上の点とでできる角のことを**円周角**と言います。

P 1 5 6 1 円周角と中心角

□同じ弧に対する円周角

あらためて円周角について教科書の説明を読みましょう。

(先に配布したコロッセオと同じ円を描いたプリントを配布)

「点Pから 30° のライトを照らしてみてください。」

「それでライトの当たった端と端をA, Bとします。」

円Oで弧ABをのぞいた円周上にある点Pとの間でできる $\angle APB$ のことを弧ABに対する**円周角**と言います。

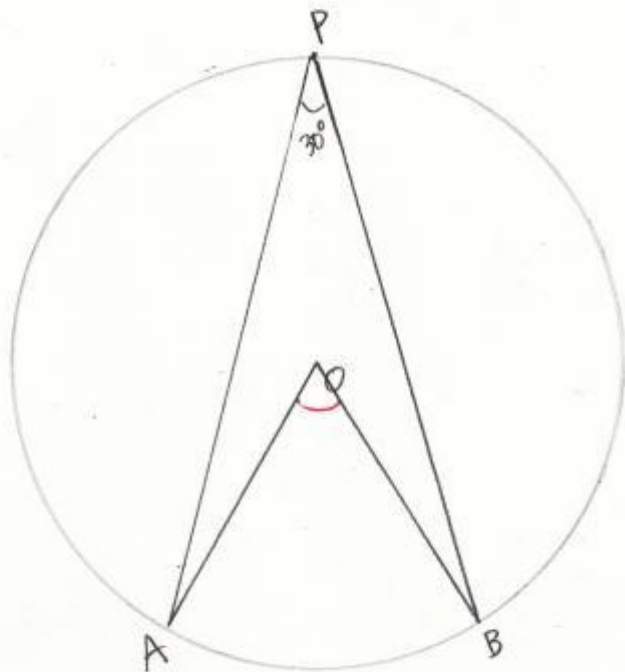
ちなみに $\angle AOB$ のことを弧ABに対する**中心角**と言います。

1つの弧に対する円周角の大きさはその中心角の大きさの半分になります。

言い換えると

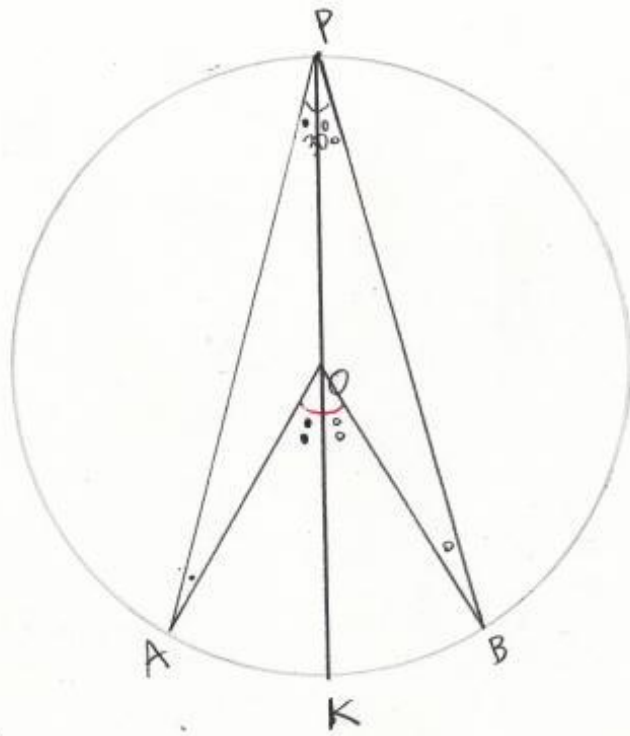
中心角の大きさは円周角の大きさの2倍になります。

このことが今まで学習した事をつかって証明できます。



証明はやはり三角形です。このままでは、三角形がありません。どこかに一本線を引きましょう。「AB?」「AO?」

「実はAOを結ぶとうまくいきます。」AOを結んで円周との交点をKとします。



三角形OAPに注目するとこれは？「二等辺三角形」「理由は？」

円の半径なのでOA=OP

よって底角は等しいので $\angle OPA = \angle OAP = \angle \bullet$

三角形の1つの外角はそのとなりにない2つの内角の和に等しいので

$$\angle AOK = \angle OPA + \angle OAP = \angle \bullet + \angle \bullet = 2\angle \bullet$$

同様にして△OBPで $\angle OPB = \angle OBP = \angle \circ$ とすると

$$\angle BOK = 2\angle \circ$$

$$\text{したがって } \angle AOB = \angle AOK + \angle BOK = 2\angle \bullet + 2\angle \circ$$

$$= 2(\angle \bullet + \angle \circ) = 2\angle APB$$

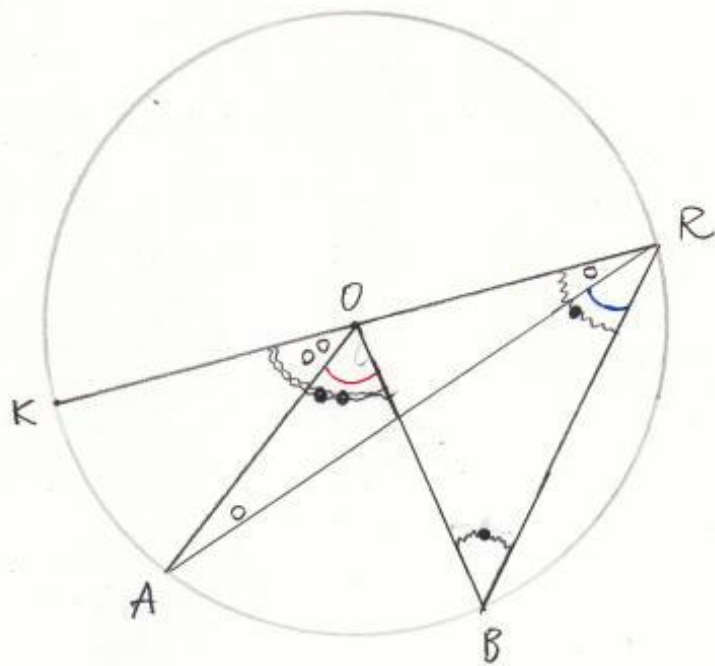
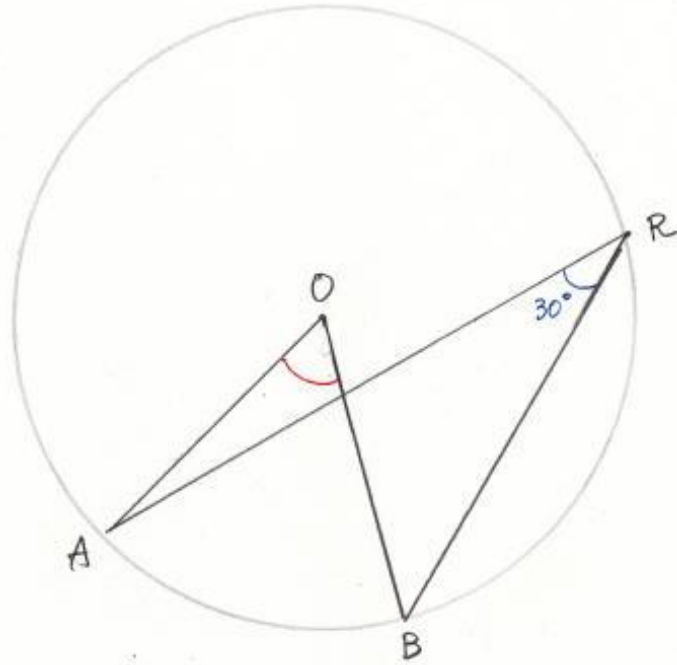
では同じ図で点Pがうんと右端にきたとき、やはり同じ事が言えるのでしょうか？

同じ事というのは、

1つの弧ABに対する円周角 $\angle ARB$ の大きさはその中心角 $\angle AOB$ の大きさの半分になるということ。

言い換えると

中心角 $\angle AOB$ の大きさは円周角 $\angle ARB$ の大きさの2倍になるということ。



「ROを結び円周との交点Kをとります。」

△AORに注目すると これは？「二等辺三角形」

理由は？「半径AO=RO」

よって底角は等しいので $\angle ORA = \angle OAR = \angle \circ$ とおくと

1つの外角はそのとなりにない2つの内角の和に等しいので

$$\angle AOK = \angle ORA + \angle OAR = 2\angle \circ$$

同様にして△OBRにおいて $\angle ORB = \angle RBO = \angle \bullet$ とおくと

$$\angle KOB = 2\angle \bullet$$

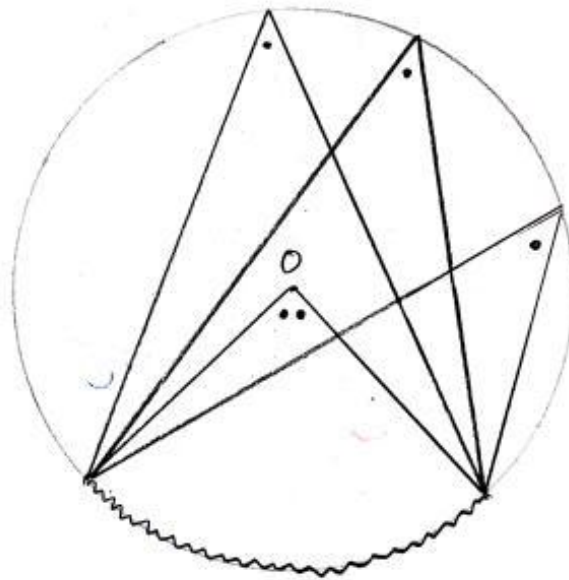
$$\text{したがって } \angle AOB = \angle KOB - \angle KOA = 2\angle \bullet - 2\angle \circ$$

$$= 2(\angle \bullet - \angle \circ) = 2\angle ARB$$

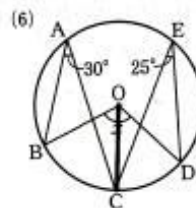
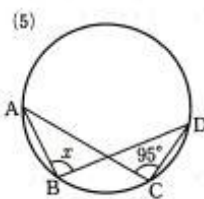
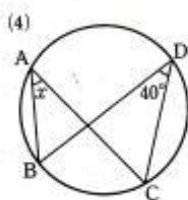
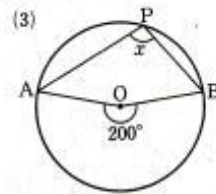
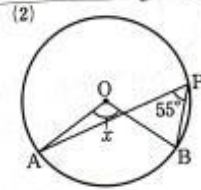
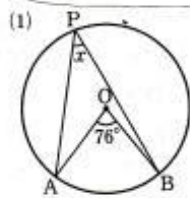
これまでの学習をまとめてくれています。教科書P158の上を読んでください。

1. 1つの弧に対する円周角の大きさは、その弧に対する中心角の大きさの半分である。
2. 1つの弧に対する円周角の大きさは等しい。

これを**円周角の定理**といいます。



問 2



問2 「問2を読んでください。」 「やってみましょう」

(1) $\angle x = 76 \div 2 = 38^\circ$ 中心角の半分

(2) $\angle x = 55 \times 2 = 110^\circ$ 円周角の2倍

(3) $\angle x = 200 \div 2 = 100^\circ$ 中心角の半分

(4) $\angle x = 40^\circ$ 円周角の大きさは等しい

(5) $\angle x = 95^\circ$ 円周角の大きさは等しい

(6) $\angle x = 60 + 50 = 110^\circ$ OCの左と右に分ける。円周角の2倍