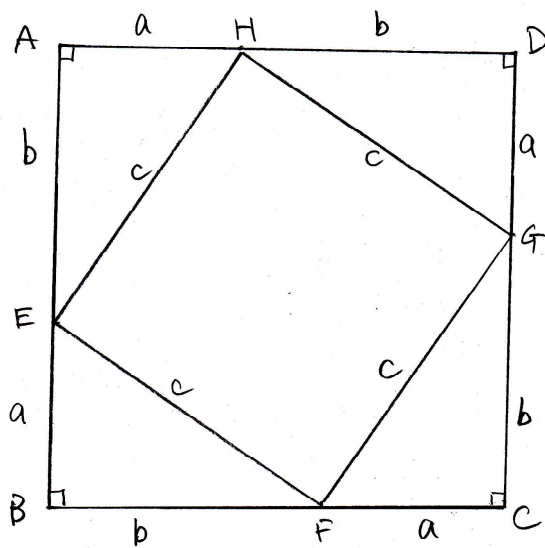


三平方の定理の証明

三平方の定理の証明はどれがいいのだろうか？
図形と式の計算から導かれるものに以下の三つがある。

その1



正方形A B C Dの面積は1辺の長さが $(a + b)$ なので
 $(a + b)^2$

また、正方形A B C D = 正方形E F G H + $\triangle A B H \times 4$
なので

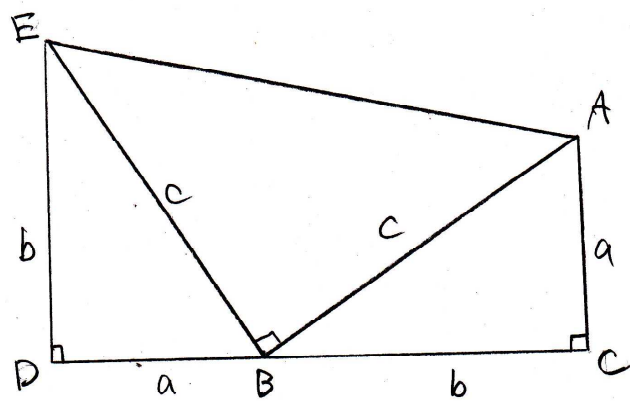
$$c^2 + 4 \times \frac{a b}{2} = c^2 + 2 a b$$

以上により $(a + b)^2 = c^2 + 2 a b$

$$a^2 + 2 a b + b^2 = c^2 + 2 a b$$

$$a^2 + b^2 = c^2$$

その2



台形ACDEの面積は (上底+下底) ×高さ÷2により

$$(a+b)(a+b) \times \frac{1}{2} = \frac{(a+b)^2}{2}$$

また、この台形は3つの直角三角形からできているので

$$\frac{ab}{2} + \frac{c^2}{2} + \frac{ab}{2}$$

以上により

$$\frac{(a+b)^2}{2} = \frac{c^2}{2} + ab$$

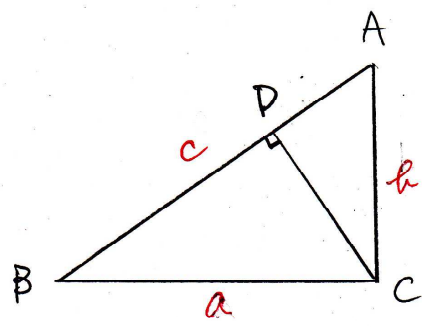
両辺を二倍して

$$(a+b)^2 = c^2 + 2ab$$

$$a^2 + 2ab + b^2 = c^2 + 2ab$$

$$a^2 + b^2 = c^2$$

その3



$\triangle ABC$ の $\triangle CBD$ の $\triangle ACD$ (証明は省略 直角と一つの角は共通)

よって $BC : BA = BD : BC$

$$BC^2 = BD \times BA \dots\dots\dots \textcircled{1}$$

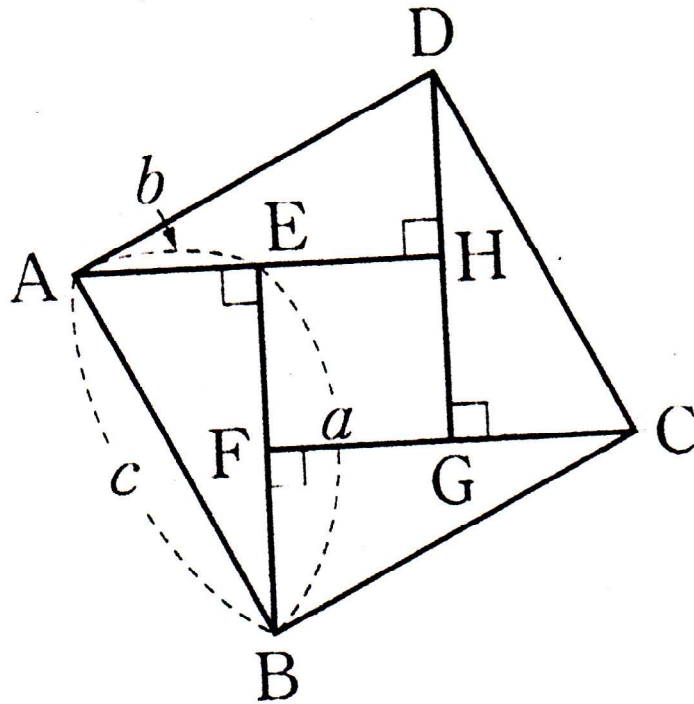
また、 $AC : AB = AD : AC$

$$AC^2 = AB \times AD \dots\dots\dots \textcircled{2}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{1} + \textcircled{2} \quad AC^2 + BC^2 &= BD \times BA + AB \times AD \\ &= AB(BD + AD) \\ &= AB \times AB = AB^2 \end{aligned}$$

$$b^2 + c^2 = a^2$$

その4



正方形ABCDの面積は c^2

これは、また4つの直角三角形と真ん中の正方形との和でもあるので

$$4 \times \frac{a c}{2} + (a - b)^2 = 2 a c + a^2 - 2 a c + b^2 = a^2 + b^2$$

よって $a^2 + b^2 = c^2$