

数学的な見方・考え方を育てる指導  
—意欲的な取り組みをめざす円の指導—

1 はじめに

「こんなこと勉強して将来何かの役に立つのですか。」数学に限らず、生徒から時々投げかけられる言葉である。「私たちは何のために生きているのか。」というかえって難しい質問を返してごまかしていることが自分には多い。教科の学習が学ぶ楽しさやおもしろさを生徒に提供できているなら、生徒からこんな質問は発せられないであろう。しかし、現実には何か問題の解き方だけを一生懸命教え、また生徒の方も、出された問題が解けるということで満足してしまっているように思う。本当の意味でわかるということと問題が解けるということは違うと思うし、わかるという素朴な感激や喜びからこそ学習する意欲や楽しさが生まれてくるように思っている。そういう点から反省してもずいぶん生徒にとってつまらない授業を日々展開してきたように思うし、そのことを改善しようとする具体的な方策も考えてみなかったと反省させられる。

今日、本当の学力とは何かということが問い直され、そのことは勿論別に新しいことではなく、以前からよく言われてきたことであると思うが、改めて考えてみると、やはり「自ら考え、主体的に判断し、問題を解決できる態度や能力」ということになるであろう。既存の問題の解き方に習熟することに終始しない学習を求めなければならないと思う。

また、日々の授業の中で問題となる点をいくつか挙げてみると、個人差が大変大きいということ、すなわち、これから学習しようとする学習しようとする学習内容に必要な既習内容が不十分な理解にとどまっている生徒も何割かいるということ、それから学習にすでに意欲的でない生徒が何割かいるということがまず第一である。それから、あまり、論理的あるいは本質的であるとかえって生徒のやる気をそぐことがあるということ、すなわち、練習問題やあるいはテストで正解できるということはそれはそれで一つの目標に近づくプロセスとして素晴らしいことなんだということを認めながら無理に論理を押しつけるのではなく、生徒自ら論理の必要性を感じたり論理的に追求してみようという姿勢をもつようにしなければならないこと。こういう二点に配慮しながら、特に数学に意欲のない生徒が少しでもやる気を持ち、しかも数学の見方や考え方をみにつけることにより、数学の面白さや楽しさを感じることが出来る授業を工夫したいと考えた。

2 研究のねらい

まず、生徒が興味・関心をもって意欲的に参加できることが第一のねらいである。このことは特に学力の高くない生徒にとってそうであるようにしたい。次に「実験」や「操作活動」とか互いに意見を出し合って課題追求していける場を設定できることが第二である。生徒の発想や発見を大切にすることにより数学的な見方や考え方が養えるようにし、また同時に、論理的思考で説明されることの素晴らしさも感じ取れるようにしたい。そのために教材をどう構成し、授業をどう展開したら良いかということが研究のねらいである。

### 3 単元の指導計画（第3学年）

「円」は単純で身近な図形であるが、調べてみると面白い性質をたくさん持っている図形である。生徒の日常生活に身近な場面を設定し、興味・関心を大切にしながらいろいろな円の性質に出会うことにより、より意欲を高めたい。

#### 円周角

- ①円周角の意味、円周角の性質←実践例1 . . . . . 1時間
  - ②円周角の定理とその証明 . . . . . 1時間
  - ③等しい弧に対する円周角 . . . . . 1時間
  - ④弓形の内と外 . . . . . 1時間
  - ⑤円周角の定理の逆 . . . . . 1時間
  - ⑥円外の点からその円に引いた接線の作図 . . . . . 1時間
- 円周角の定理を使って
- ①円に内接する四角形の性質←実践例2 . . . . . 1時間
  - ②四角形が円に内接する条件 . . . . . 1時間
  - ③円の接線と弦の作る角についての定理←実践例3 . . . . . 1時間
  - ④円についての定理の利用 . . . . . 2時間

### 4 実践例1「円周角とその性質の発見」

(1) 単元名 円周角と中心角

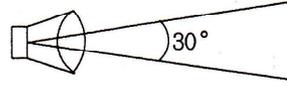
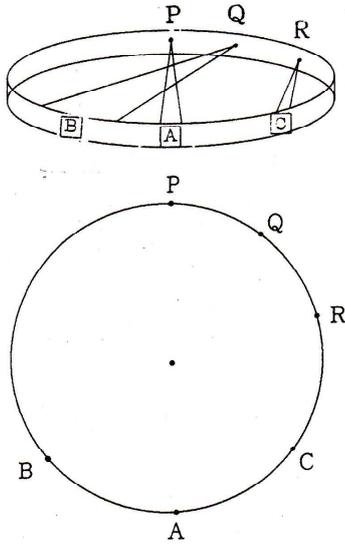
(2) 目標

円に関する図形の一つに円周角があり、この図形の意味を理解し、その性質にはどんなことがあるか調べる。

#### ①導入課題

イタリア、ローマのコロッセオという建物を知っていますか？円形の競技場を観客スタンドが見下ろしています。闘牛が観光として今も行われています。雰囲気盛り上げるために暗くなった場内を光を使って華やかなショーを見せてくれます。

さて、円形のスタジアムに入場ゲートがA, B, Cと三つあり、それぞれのゲートに対して点P, Q, Rからスポットライトで光を当てることにします。ちなみにAのゲートからは、牛が、Bのゲートからは闘牛士が、Cのゲートからはレフリーがそれぞれ入場します。光の当たった範囲が最も広いのはどのゲートだろうか？ただしスポットライトは、 $30^\circ$ に光を放つものとする。

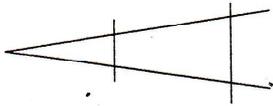


生徒に予想させる。

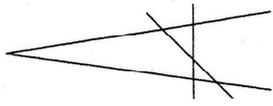
「真上から見た図をかいて調べてみよう。」あらかじめ、A, B, CとP, Q, Rを書き込んだ円をプリントして生徒に与え、作図をさせる。

生徒の予想

遠くはなれると広がる。

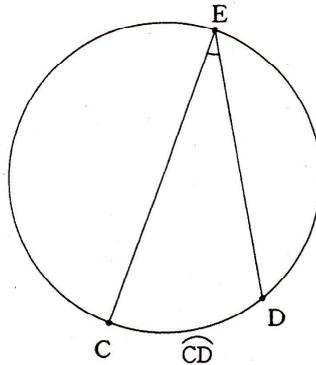
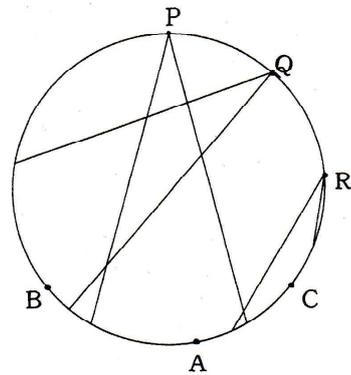


ななめに当てると広がる。



「どうやら、光の当たる範囲はみな同じになるようだ。」

作図した図



②円周角という概念を導入する。

円に関する図形の性質としてどんなことがいえそうなのかを整理する。

- ・スポットライトのある位置が角の頂点
- ・ライトの当たる範囲、円の弧の両端が角の辺の端

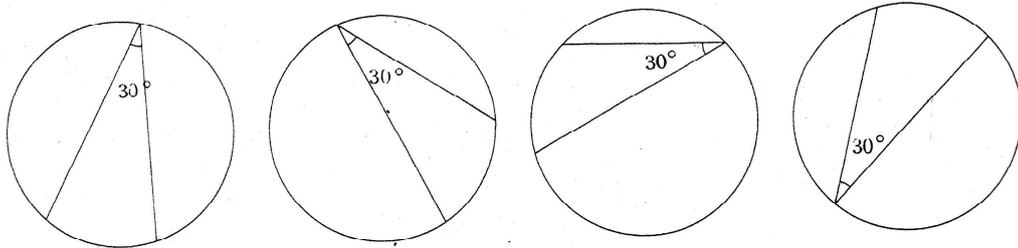
そこで

一つの弧CDとこの弧上にない円周上の一点Eがあって、このときできる $\angle CED$ を円周角といい、弧CDをこの円周角に対する弧という言い方をすることにする。

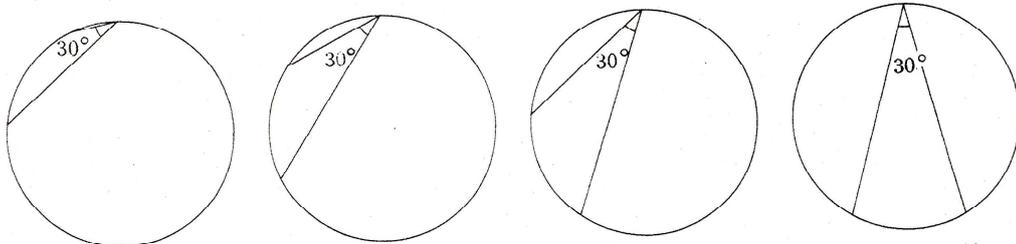
「一つの円の中にできる円周角の大きさが同じならば、それに対する弧は同じである」といえそうだ。

※一つの円で $30^\circ$ の円周角をいろいろ書いてみよう。

図が見にくくなるので一つ一つ別々に書こう。

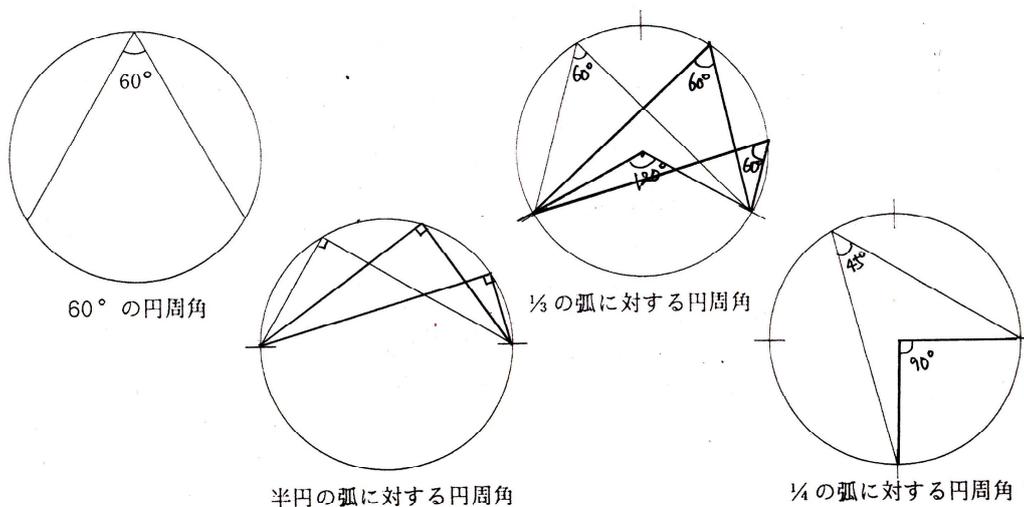


「頂点を固定してかいた方がいいでしょう。頂点を上にするということで $30^\circ$ の大きさの円周角をかいてみると、それに対する弧は同じといえそうだ。」



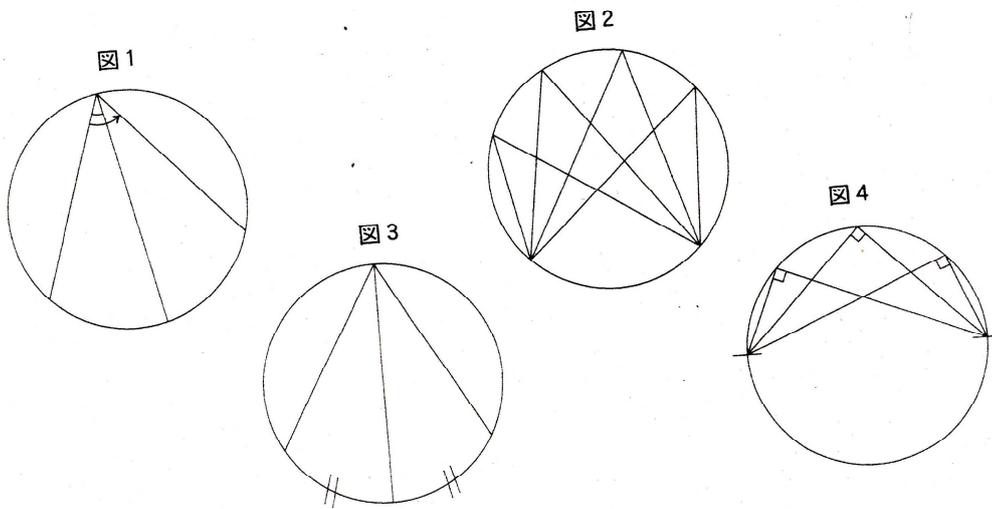
③作図や実測を通して円周角の特徴・性質について調べさせる。

「今、 $30^\circ$ の大きさの円周角ということで、いろいろ書いてみましたが、こんなふうには何か一つ説明をつけて円周角を書いてみましょう」



この作図を通して、円周角についていさそうな事柄を発表させる。

- \* 円周角の大きさが二倍になると、それに対する弧も二倍になる。(図1)
- \* 半円の弧に対する円周角の大きさはどこにできても90°になる。
- \* 3分の1の弧に対する円周角の大きさはどこにできても60°である。
- \* 4分の1の弧に対する円周角の大きさは45°である。  
(60°、45°という大きさはどこからくるのかということに思いを巡らせたい)
- \* 弧を固定しておいて円周上の点をいろいろ変えると、円周角がたくさんかけるが、これらはすべて同じ大きさになる。(図2)
- \* 弧を二倍にすると、できる円周角も二倍になる。(図3)
- \* 弧を半円にして円周角を書くとどれも直角になる。(図4)



◎ 「一つの弧に対してできる中心角は一つで円周角はたくさんできる。」

「この中心角と円周角の大きさの関係は、**円周角の大きさは中心角の大きさの半分**である。」ということがいえそうである。

## 5 実践例 2 「円に内接する四角形の性質」

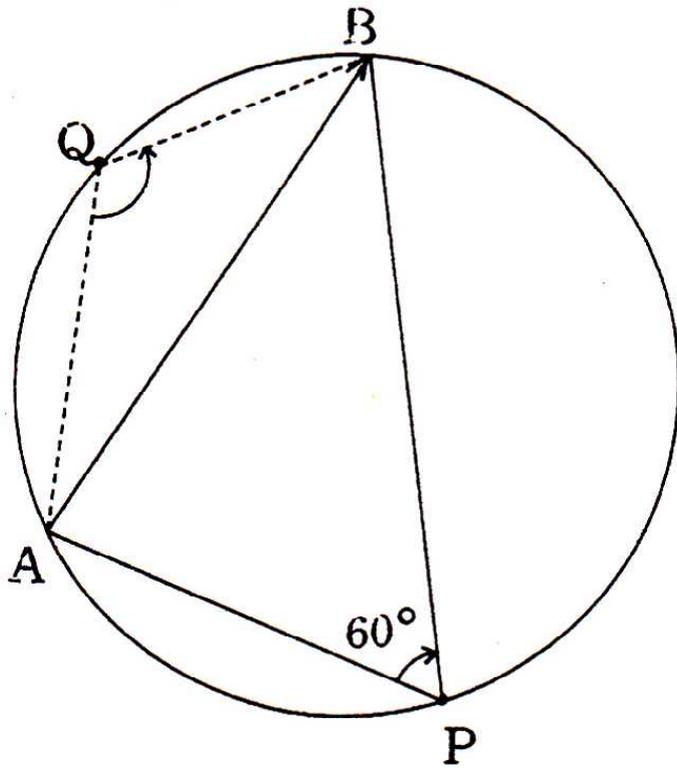
(1) 単元名 円周角の定理を使って

(2) 目標

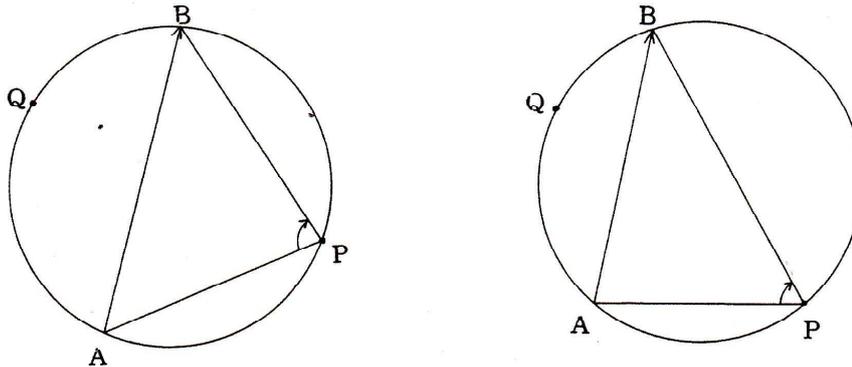
円周角の定理を使って、円に内接する四角形の性質や四角形が円に内接する条件を理解する。

(3) 導入課題

円の形をした湖がある。この湖のA地点からB地点まで船が行き来している。  
 今、A地点を出発した船の姿をP地点でレーダーを使ってとらえると、出発してからB地点まで到着するまでの間に船の見える方向が $60^\circ$  変化した。  
 同じ船をQ地点で同じようにレーダーでとらえると、見える方向は何度変化したか？



- ② 円についての図形の性質としてどんなことがいえるのか考えさせる。  
 そのためにA, Bをいろいろ変えた図を配布し、作図したり実測したりしながら考えさせる。



- ③ 一つの円に関する性質「円に内接する四角形の向かい合う内角の和は $180^\circ$ である」とまとめ、円周角の定理を使って証明させる。  
 (以下 省略)

## 6 実践例3 「円の接線と弦の作る角についての定理」

(1) 単元名 円周角の定理を使って

(2) 目標

円周角の定理を使って、円の接線と弦の作る角についての性質を理解する。

(3) 指導過程

① 導入課題

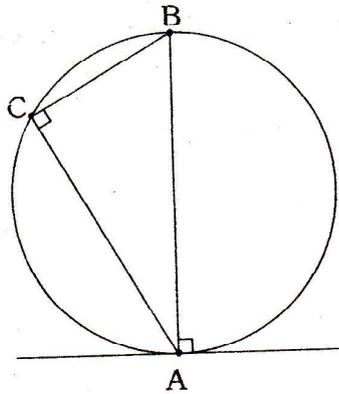
(あらかじめ、円とその円に点Aで接する接線を作図したプリントを配布)

今からこれまで学習した円の接線と円周角の定理でいえることをこの図にまとめます。

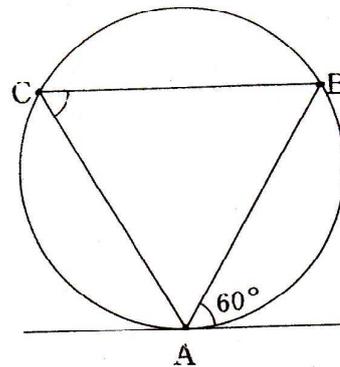
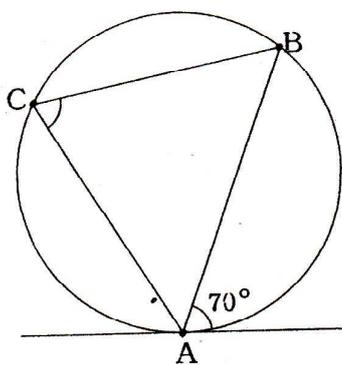
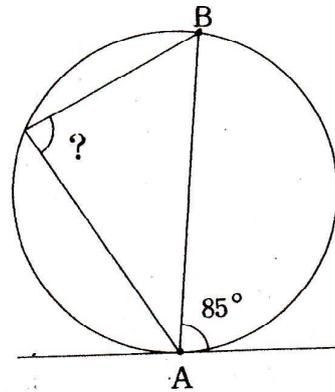
まず、接線ですから、接点から接線に垂直に直線をのばすと、これは円の半径ですから中心を通りますから直径となりますね。この直径の端を点Bとしましょう。次に、半円の弧に対する円周角は $90^\circ$ でしたから、円周上の点Cを適当にとると $\angle ACB$ は $90^\circ$ となりますね。

さて、今の先生の話のいい加減に聞いていたある人が間違っ、最初の垂直に直線を引くところを $85^\circ$ にひき、点Bをとりました。このあと円周上の点Cを適当にとり、円周角 $\angle ACB$ をかきましたが $90^\circ$ になりませんでした。いったい、何度なのでしょう？

先生



ある生徒



② 円についての性質としてどんなことがいえるのかを考えまとめさせる。  
そのために、 $85^\circ$  を違う角度に変えた図を作図したり、それを実測したりして考える。

③ 円の接線と弦の作る角についての定理としてまとめ、その証明を行う。  
(以下省略)

7 おわりに

作図という作業が生徒にとってやりやすく、また、お互いの書いた図が見やすいということでないで授業が円滑に進まない。そのための視聴覚機器やITメディアの活用が工夫されたい。

教科書というのは大変素晴らしいテキストであり、できるだけそれに沿って学習を進めていく方が、生徒も学習しやすいと思っている。しかし、一つ一つの授業に何らかの工夫をすることにより生徒に新鮮さを感じさせ意欲をわかせると思う。ただ一つの学習内容に習熟させることよりも生徒が数学に対してどういう情意を持つかということ大切にしていきたいと思っている。「今日の授業一つの準備、一つの工夫」を合い言葉に。